Отчёт по лабораторной работе №2

Вариант 67

Бабков Дмитрий Николаевич

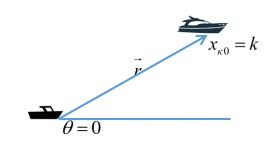
# Цель работы

Решить задачу о погоне

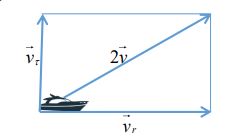
# Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19,1 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5,2 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

# Теоретическое введение

1. Принимает за , - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров , а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны 
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет , а катер или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:
5. или

Отсюда найдём два значения и , задача решается для двух случаев

1. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем, что . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , . 

Из рисунка видно, что . Тогда получаем, что

1. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений $$ \begin{equation\*} \begin{cases} = v \ r = v

\end{cases} \end{equation\*} с  начальными  условиями

 или

=$$ Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, вы получите траекторию движения катера в полярных координатах.

# Выполнение работы

Открыв Pluto.jl, я начал писать код. Сначала я подключил библиотеки Plots и DiffetentialEquations:

using Plots  
using DiffetentialEquations

Далее я ввёл данные, приведённые в условии задачи:

const k = 19.1 # Расстояние между лодкой и катером, когда туман развеялся  
const vel\_diff = 5.2 # Разница скоростей

и посчитал начальные точки и задал начальные углы для двух случаев:

x\_firstInst = k/(vel\_diff + 1) # Начальная точка первого случая  
x\_secondInst = k/(vel\_diff - 1) # Начальная точка второго случая  
teta01 = 0  
teta02 = π

Далее написал функцию, являющуюся дифф. уравнением, необходимым для нахождения траектории:

function ode\_fn(du, u, p, t) # Дифференциальное уравнение для вычисления траектории катера  
 r, teta = u  
 du[1] = 1  
 du[2] = sqrt(vel\_diff^2 - 1) / du[1]  
end  
  
dt = 0.01 # Изменение времени  
tspan = (0, 5) # Продолжительность

Далее с помощью ODEProblem передал в функцию ode\_fn начальные значения и границы и с помощью solve решил её для шага dt:

prob1 = ODEProblem(ode\_fn, [x\_firstInst, teta01], tspan) # Задание начальных условий в дифф. уравнение для первого случая  
  
sol = solve(prob1, dtmax = dt) # Решение дифф. уравнения

После я передал массивы значений R1 и , полученные с помощью solve:

R1 = [u[1] for u in sol.u] # Изменение расстояния от центра  
Θ1 = [u[2] for u in sol.u] # Изменение угла поворота относительно центра

И задал траекторию движения лодки:

boat\_r = Float64[0, 8]  
boat\_θ = Float64[2 \* π/3]

После этого я инициализировал полярную систему координат:

plt1 = plot( # Полярная система координат  
 proj = :polar,  
 aspect\_ratio = :equal,  
 dpi = 300,  
 title = "Задача о погоне",  
 legend = false  
)



После этого я добавляю на неё траектории катера и лодки:

plot!( # Отрисовка траектории катера для первого случая  
 plt1,  
 Θ1,  
 R1,  
 label = "Траектория катера",  
 color = :green  
)  
plot!( # Добавление траектории лодки  
 plt1,  
 boat\_θ,  
 boat\_r,  
 label = "Траектория лодки",  
 color = :red  
)



Выполнив аналогичные команды для второго случая получил следующую траекторию:



# Вывод

Задача выполнена, траектории движения катера и лодки построены